Übungsklausur Wahrscheinlichkeit (Handy) 11
Pflichtteil (ohne Hilfsmittel)

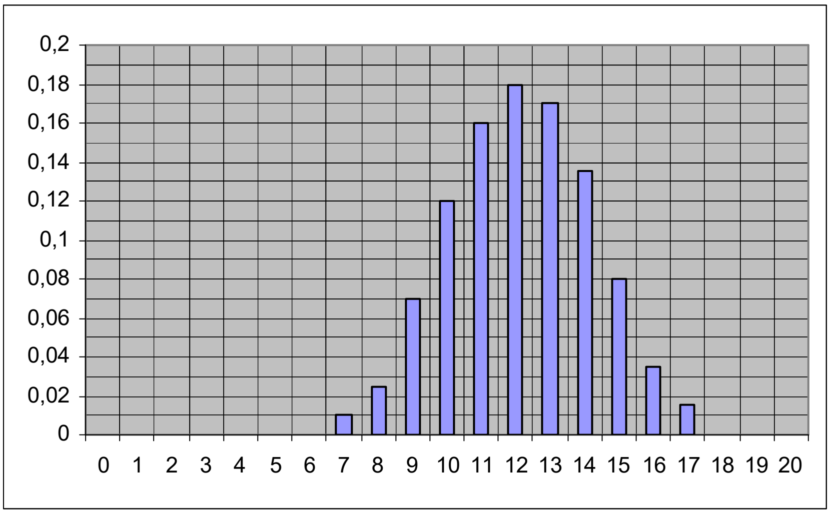
1) Bestimme die erste Ableitung von $f(x) = \sin(x) \cdot (x^2 - 5)^4$. (2VP)

2) Berechne das Integral $\int_0^1 (3x-1)^3 dx$. (2VP)

3) Für ein Springturnier wird ein Hindernis mit zwei Stangen aufgebaut.
Es liegen 3 rote und 2 weiße Stangen in der Halle.
Ein Helfer wählt zufällig zwei Stangen aus.
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben beide Stangen die gleiche Farbe?
b) Vergrößert oder Verkleinert sich die Wahrscheinlichkeit für zwei gleiche Stangen, wenn von jeder Farbe doppelt so viele Stangen vorhanden sind? (4,5VP)

4) Gegeben ist die rechts abgebildete Binomialverteilung mit $n = 20$ und ganzzahligem Erwartungswert. (2,5VP)
Bestimme:

a) $P(X = 10)$
b) P(mehr als 10 und weniger als 13 Treffer)
c) P(nicht 15 Treffer)
d) E(X)
e) Trefferwahrscheinlichkeit p

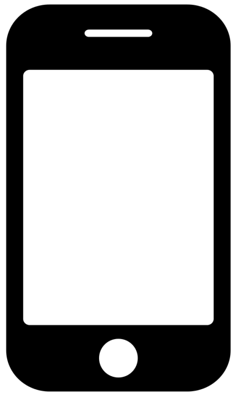


5) Bei dem Springturnier wird ein Glücksspiel angeboten. Als Einsatz bezahlt man 20€.
Überspringt das Springpferd Fibonacci alle Hindernisse fehlerfrei, gewinnt man 40€, fällt eine Stange erhält man 30€, werden zwei Stangen abgeworfen erhält man 10€.
In den anderen Fällen wird kein Gewinn ausbezahlt.
Aus den letzten Turnieren ergab sich folgende Wahrscheinlichkeitstabelle:

Abwürfe	0	1	2	>2
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$

a) Zeige durch Rechnung, dass das Spiel fair ist.
b) Wie muss der Gewinn für 2 Abwürfe verändert werden, damit der Veranstalter auf lange Sicht bei jedem Spiel einen Euro gewinnt? (4VP)

Übungsklausur Wahrscheinlichkeit (Handy) 11
Wahlteil (mit WTR und Merkhilfe)



Die Nutzung von Smartphones ist in großem Umfang Teil unseres Alltags geworden.
Zwei Fünftel aller Handy-Besitzer haben ein Smartphone.
Im Folgenden sollen diese genannten Anteile als Wahrscheinlichkeiten verwendet werden.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:
   (1) Unter 100 zufällig ausgewählten Handy-Besitzern haben genau 30 ein Smartphone.
   (2) Unter 200 zufällig ausgewählten Handy-Besitzern haben mindestens 70 ein Smartphone.
   (3) Unter 200 zufällig ausgewählten Handy-Besitzern haben mindestens 75 und höchstens 80 ein Smartphone. (5VP)

b) Der Veranstalter des Reitturniers möchte sein Ordnerteam mit Smartphones ausstatten.
   Er informiert sich bei einem führenden Hersteller von Smartphones.
   Beim angefragten Modell sind 4% der ausgelieferten Geräte defekt.
   Defekte treten zufällig und unabhängig voneinander auf.

   (1) Zunächst wird ein Smartphone dieses Modells zur Probe bestellt. Ist dieses defekt, wird im Austausch ein neues Gerät geliefert. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zweimal nacheinander ein defektes Smartphone geliefert wird.
   (2) Der Veranstalter plant für die 27 Ordner jeweils ein Smartphone zu bestellen. Mit wie vielen **defekten** Geräten muss er bei der Lieferung rechnen?
   (3) Wie viele Smartphones müsste er mindestens bestellen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% sofort mindestens 27 **funktionsfähige** Geräte zu erhalten? (6VP)

c) Da dem Hersteller der Anteil an defekten Smartphones aus b) zu hoch ist, wird ein Prüfgerät eingesetzt, das defekte Smartphones mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% erkennt, allerdings auch 0,1% der funktionsfähigen Smartphones als defekt einstuft.

   (1) Stelle die Situation durch ein vollständiges Baumdiagramm grafisch dar.
   (2) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewähltes Smartphone von dem Prüfgerät als defekt eingestuft wird.
   (3) Nun werden nur die vom Prüfgerät als defekt eingestuften Smartphones betrachtet. Welcher Anteil (in %) dieser Geräte ist in Wirklichkeit nicht defekt? (5VP)

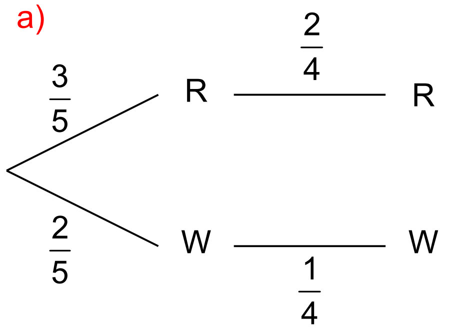
Übungsklausur Wahrscheinlichkeit (Handy) 11

Lösungen Pflichtteil:

1) $f'(x) = \cos(x)\cdot(x^2-5)^4 + \sin(x)\cdot 4\cdot(x^2-5)^3\cdot 2x$ **2P**

2) $\int_0^1 (3x-1)^3 dx = \left[\frac{1}{4}(3x-1)^4\cdot\frac{1}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{4}2^4\cdot\frac{1}{3} - \frac{1}{4}(-1)^4\cdot\frac{1}{3} = \frac{16}{12} - \frac{1}{12} = \frac{15}{12} = \boxed{\frac{5}{4}}$ **2P**

3) a)



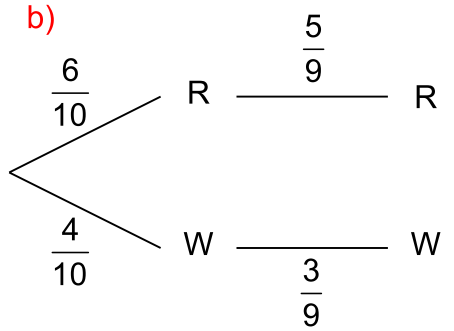
$P(RR) = \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4} = \frac{3}{10}$

$P(WW) = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

$\Big\}$ $P(2\text{ gleiche}) = \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

(2P)

b)



$P(RR) = \frac{6}{10}\cdot\frac{5}{9} = \frac{5}{15}$

$P(WW) = \frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9} = \frac{2}{15}$

$\Big\}$ $P(2\text{ gleiche}) = \frac{7}{15}$

(2P)

Die Wahrscheinlichkeit für zwei gleiche Stangen vergrößert sich. (0,5P) **4,5P**

4) a) $P(X=10) = 0{,}12$ (0,5P)

b) $P(X=11) + P(X=12) = 0{,}16 + 0{,}18 = 0{,}34$ (0,5P)

c) $P(X \neq 15) = 1 - P(X=15) = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$ (0,5P)

d) $E(X) = 12$ (0,5P)

e) $E(X) = n\cdot p \Rightarrow p = \frac{E(X)}{n} = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ (0,5P) **2,5P**

5)

a)

Abwürfe	0	1	2	>2
Gewinn	20	10	-10	-20
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$

$E(\text{Gewinn des Spielers}) = 40€\cdot\frac{1}{10} + 30€\cdot\frac{5}{10} + 10€\cdot\frac{1}{10} - 20€$

$= 4€ + 15€ + 1€ - 20€ = 0€$ (2P)

b) $E(\text{Gewinn des Spielers}) = 40€\cdot\frac{1}{10} + 30€\cdot\frac{5}{10} + a€\cdot\frac{1}{10} - 20€ = -1€$

$\Leftrightarrow 4€ + 15€ + \frac{a}{10}€ - 20€ = -1€ \Leftrightarrow -1€ + \frac{a}{10}€ = -1€ \Leftrightarrow \boxed{a = 0€}$ (1P)

Werden 2 Stangen abgeworfen, erhält der Spieler 0€ (statt vorher 10€) (1P) **4P**

Summe: 15 Punkte

Lösungen Wahlteil:

a) (1) $P(X=30)=0{,}010$ (1,5P)

(2) $P(X\geq 70)=1-P(X\leq 69)=0{,}936$ (1,5P)

(3) $P(75\leq X\leq 80)=P(X\leq 80)-P(X\leq 74)=0{,}316$ (2P) **5P**

b) (1) $P(2\ \text{fehlerhafte})=0{,}04\cdot 0{,}04=0{,}0016$ (1,5P)

(2) $X=$ Anzahl defekter Smartphones, X ist $B(27;0{,}04)-$ verteilt

$E(X)=27\cdot 0{,}04=1{,}08 \Rightarrow$ Er muss mit einem defekten Smartphone rechnen. (1,5P)

(3) $X=$ Anzahl funktionsfähiger Smartphones, X ist $B(n;0{,}96)-$ verteilt

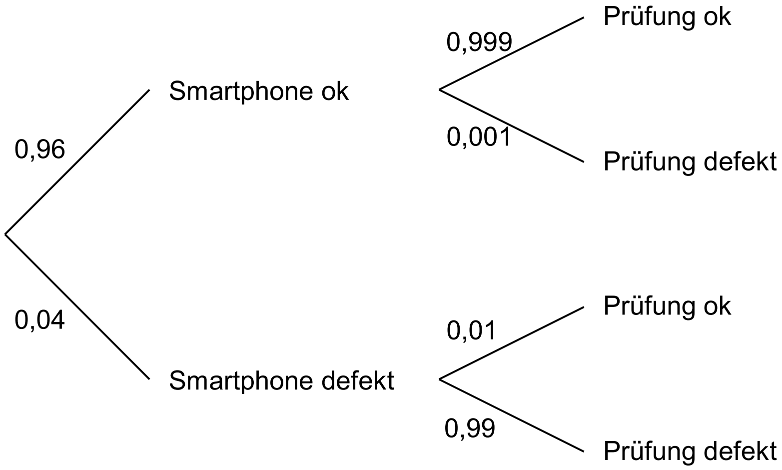
$P(X\geq 27)\geq 0{,}95$ (1P)

$\Leftrightarrow 1-P(X\leq 26)\geq 0{,}95 \Leftrightarrow P(X\leq 26)\leq 0{,}05$

n	$P(X\leq 26)$
29	0,10827
30	0,0306

$\Rightarrow$ Er muss sicherheitshalber mindestens 30 Geräte kaufen. (2P) **6P**

c) (1)



(2P)

(2) $P(\text{Prüfung defekt})=0{,}96\cdot 0{,}001+0{,}04\cdot 0{,}99=0{,}0406$

$\Rightarrow$ Die Wahrscheinlichkeit beträgt 4,1%. (1P)

(3) $P(\text{fälschlicherweise als defekt geprüft})=0{,}96\cdot 0{,}001=0{,}00096$

Anteil der fälschlicherweise defekt geprüften Geräte:

$\text{fälschlicherweise als defekt}\ \dfrac{0{,}00096}{0{,}0406}=0{,}0236=2{,}36\%$

$\Rightarrow$ 2,4% der als defekt geprüften Smartphones sind eigentlich in Ordnung. (1P) **4P**

Summe: 15 Punkte